重离子碰撞输运理论在超重核合成研究中的进展

张明昊[1] 张钰海[1] 李静静[2] 唐 娜[1] 孙 帅[1] 张丰收[1,2,3]

1（射线束技术教育部重点实验室 北京师范大学核科学与技术学院 北京 100875）
2（北京市科学技术研究院 辐射技术研究所 北京 100875）
3（兰州重离子加速器国家实验室原子核理论研究中心 兰州 730000）

摘要 超重核合成对于扩展核素版图、探索极限条件下原子核性质、理解核天体物理中的快中子俘获过程都有着重要意义，是核物理学研究的前沿领域。本文对重离子碰撞输运理论的发展现状和进展做了评述，介绍了几种具有代表性的输运模型，并介绍了基于输运理论和实验上合成超重核素的现状和最新研究进展，重点针对重离子熔合反应和多核子转移反应研究情况展开讨论，并对国际上新一代核科学大装置的进展进行了总结，介绍了未来国际上超重核合成的研究计划。

关键词 输运理论，超重核素，熔合反应，多核子转移反应

中图分类号 TL99

DOI: 10.11889/j.0253-3219.2023.hjs.46.080014

关联视频 DOI: 10.12351/ks.2207.1198



Progress in transport models of heavy-ion collisions for the synthesis of superheavy nuclei

ZHANG Minghao[1] ZHANG Yuhai[1] LI Jingjing[2] TANG Na[1] SUN Shuai[1] ZHANG Fengshou[1,2,3]

1(*Key Laboratory of Beam Technology of Ministry of Education, College of Nuclear Science and Technology, Beijing Normal University, Beijing 100875, China*)
2(*Institute of Radiation Technology, Beijing Academy of Science and Technology, Beijing 100875, China*)
3(*Center of Theoretical Nuclear Physics, National Laboratory of Heavy Ion Accelerator of Lanzhou, Lanzhou 730000, China*)

Abstract With experimental facilities being developed globally, producing superheavy nuclei using heavy-ion collision has become feasible, which is essential for exploring charge and mass limits of nuclei and understanding the r-process in nuclear astrophysics. Fusion reactions are crucial for the synthesis of superheavy nuclei, yet only neutron-deficient superheavy nuclei get produced due to the limited neutron number of stable beams. Recent experiments suggest that multinucleon transfer reactions are promising for producing new neutron-rich superheavy nuclei. As a result, transport models are required for extracting physics information from these experiments and making predictions about incident energies and projectile-target combinations, to synthesize new super-heavy nuclei. In this article, we introduce the development of transport models such as the dinuclear system (DNS) model, quantum molecular dynamics (QMD) type model, Boltzmann type model, and Time-dependent Hatree-Fock (TDHF) type

国家自然科学基金(No.12135004, No.11635003, No.11961141004, No.12105019, No.12047513)资助
第一作者：张明昊，男，1997年出生，2019年毕业于北京师范大学，现为博士研究生，研究领域为超重核合成输运模型
通信作者：张丰收，E-mail：fszhang@bnu.edu.cn
收稿日期：2022-12-17，修回日期：2023-02-14
Supported by National Natural Science Foundation of China (No.12135004, No.11635003, No.11961141004, No.12105019, No.12047513)
First author: ZHANG Minghao, male, born in 1997, graduated from Beijing Normal University in 2019, doctoral student, focusing on transport models for the synthesis of super-heavy nuclei
Corresponding author: ZHANG Fengshou, E-mail: fszhang@bnu.edu.cn
Received date: 2022-12-17, revised date: 2023-02-14

model, and conclude with their latest applications in the synthesis of superheavy nuclei, especially in fusion reactions and multinucleon transfer reactions. In addition, various international large-scale scientific facilities, as well as their scientific objectives, and future plans, are also summarized.

Key words　Transport theory, Superheavy nuclei, Fusion reaction, Multinucleon transfer reaction

1966年，Myers和Swiatecki基于壳模型理论预言在质子数Z=114、中子数N=184附近存在一个稳定性远超其他超重核素的“超重稳定岛”[1]。最新的理论模型也预言在Z=120或126、N=184处存在着双满壳[2−3]，由此，登陆“超重稳定岛”、探索核素的质量和电荷极限一直是核物理学的前沿问题。20世纪80年代以来，德国的GSI（Gesellschaft für Schwerionenforschung）重离子加速系统、俄罗斯的Dubna/FLNR-DRIBs（Dubna Radioactive Ion Beam accelerator complex）、日本的RIKEN-RARF（RIKEN Accelerator Research Facility）、美国的Berkeley-88英寸回旋加速器（88-inch cyclotron complex）以及我国兰州的HIRFL（Heavy Ions Research Facility in Lanzhou）[4]等大型重离子加速器相继建成，使得核物理学家可以进一步将核素版图向超重区拓展。其中德国GSI实验室通过以^{208}Pb和^{209}Bi为靶的冷熔合反应发现了107~112号元素[5]，日本RIKEN实验室通过冷熔合反应^{70}Zn+^{209}Bi合成了113号元素[6]，而俄罗斯Dubna实验室通过^{48}Ca轰击锕系元素靶的热熔合反应合成了114~118号元素[7]，填满了元素周期表的第七周期。2022年，日本RIKEN（Rikagaku Kenkyūjyo）实验室提取了熔合反应^{51}V+^{248}Cm的准弹性散射位垒分布，并由此估算出了通过该反应合成119号元素的最佳入射能量[8]。俄罗斯Dubna实验室通过熔合反应^{48}Ca+^{243}Am合成了^{286}Mc，并在衰变产物中发现了新核素^{264}Lr[9−10]。中国科学院近代物理研究所通过熔合反应分别合成了^{204}Ac和^{207}Th[11−12]，同时也与美国阿贡国家实验室合作合成了^{251}Lr[13]。截至2022年末，核物理学家已经发现了3 338个核素[14]，其中超铀核素317个，如图1所示，其中交叉线区域代表了理论预言的“超重稳定岛”区域。然而，在超重区域和丰中子重核区域预计还有5 000多种理论预言存在的核素还未被发现[15]。

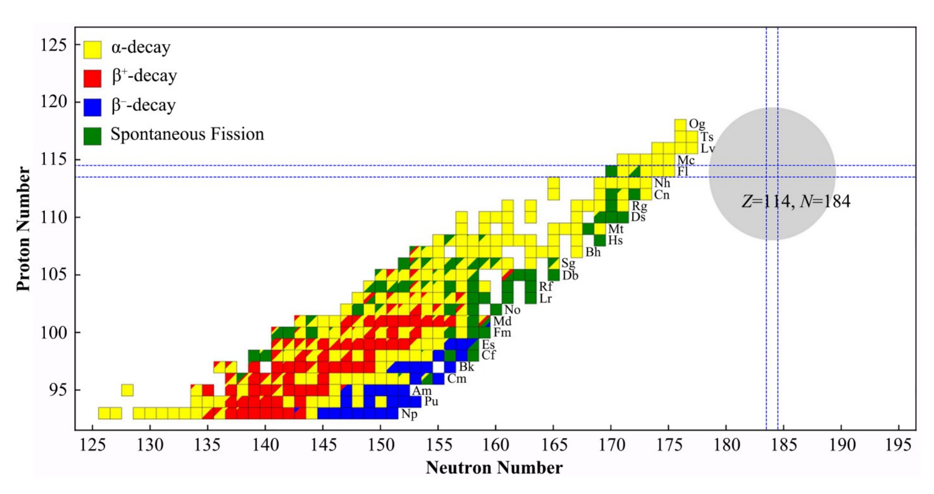


图1　截至到2022年底已知的317超铀核素
Fig.1　The 317 transuranium nuclides that were known by the end of 2022

目前，实验上对于$Z>103$的超重核素的合成方式主要是熔合反应，其产生截面普遍在nb到fb量级，且随着生成的超重核质子数增加，其产生截面呈下降趋势，实验上分辨产物十分困难[16]，因此，理论对最佳弹靶组合和入射能的预言十分关键。此外，熔合反应中选择稳定的弹靶组合将导致合成的新核素多为缺中子一侧，因此，也需要探索超重核合成的新机制来合成丰中子区超重核素。2018年，Wuenschel等[17]利用^{238}U+^{232}Th的多核子转移反应测量到大量的α粒子发射，与实验数据和理论计算的结果对比显示很有可能生成了原子序数高达116的未知丰中子核素，只是受限于探测手段的限制没有测到相关产物的截面信息。随着未来探测技术的进步，多核子转移反应很有希望成为新的合成丰中子区和“超重岛”区域超重核的途径[18]。

为了准确描述超重核合成的动力学过程，精确预言超重核的产生截面和入射能量，核物理学家发展了不同的输运模型，其中包括唯象的核扩散模型[19]、两步模型[20]、核子集体化模型[21]、擦边碰撞（GRAZING）模型[22]和双核系统（Dinuclear System，

DNS)模型[23-32]等，以及量子分子动力学类型(QMD (Quantum Molecular Dynamics) -like)模型[33-41]、TDHF (Time-dependent Hartree-Fock) 模型[42-47]，Boltzmann类型(Boltzmann-like)模型[33,47-54]等微观输运模型，这些模型在描述重离子碰撞中都取得不同程度的成功。但由于各模型对动力学过程的近似处理有所区别，不同模型在预言新核素产生的最佳弹靶组合和产生截面等问题上得到的结果会有所不同[55]。

1 DNS模型框架下的超重核合成研究

在唯象的输运模型中，通过引入部分集体坐标建立动力学演化方程来描述核反应的动力学过程，从而忽略了内部核子的复杂运动，减少了计算量，能够广泛地用于库仑位垒附近的重离子碰撞反应。以DNS模型为例，该模型由Volkov提出，经过Adamian等发展后可以应用于熔合反应和多核子转移反应[23]。如图2所示，在多核子转移反应中，弹核与靶核发生准弹性或深度非弹性散射，从而形成类弹类靶碎片。在跨过库仑位垒形成双核系统的演化过程中发生准裂变过程也会形成类弹类靶碎片，两种碎片通过退激发形成类弹类靶产物。在熔合反应中，克服库仑位垒形成的双核系统在势能面的驱动下沿质量不对称自由度演化，形成紧凑形状的复合核。处于激发态的复合核可能会发生裂变反应，也可能通过蒸发轻粒子来退激发到基态，最终形成目标核。

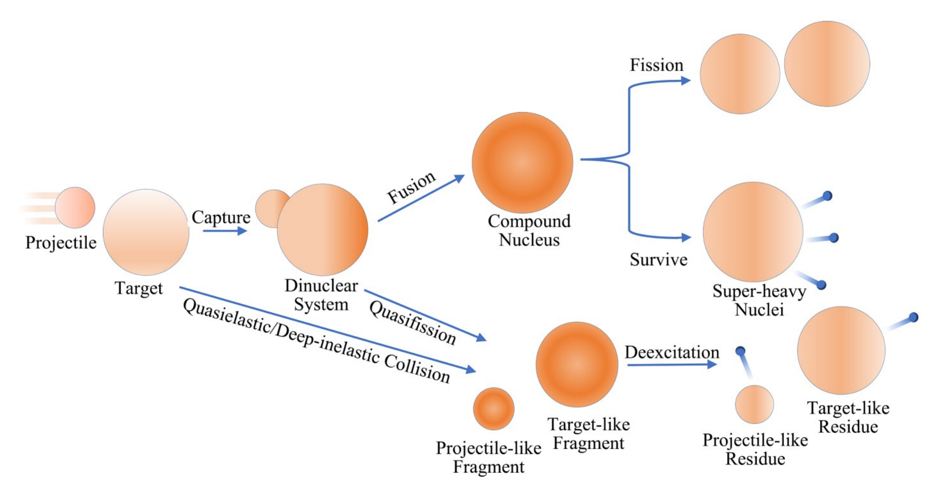


图2 基于DNS模型描述的熔合反应和多核子转移反应不同阶段示意图

Fig.2 Schematic illustration of fusion and MNT reactions within the DNS model framework

在DNS模型框架中，熔合反应可以分为俘获、熔合和存活过程，产生截面表示如下[24]：

$$\sigma_{\rm ER}\left(E_{\rm c.m.}\right)=\frac{\pi\hbar^2}{2\mu E_{\rm c.m.}}\sum_J(2J+1)\cdot T\left(E_{\rm c.m.},J\right)P_{\rm CN}\left(E_{\rm c.m.},J\right)W_{\rm sur}\left(E_{\rm c.m.},J\right) \quad (1)$$

基于DNS模型，文献[25]发现稳定束流^{36}S生成缺中子核素$^{280-283}$Fl的产生截面更高，而丰中子放射性核素^{46}Ar诱发的反应在束流强度足够的情况下也可以得到新的丰中子核素$^{290-292}$Fl。文献[26]探讨了方向效应对热熔合反应产生截面的影响，如图3所示，其中加粗曲线是对不同角度的平均结果。在考虑方向效应后，DNS模型能够很好地符合实验值，由此计算通过熔合反应^{48}Ca+^{252}Es和^{48}Ca+^{257}Fm合成Z=119和Z=120号超重元素的产生截面分别为0.32 pb和0.23 pb。由于只考虑了质量不对称自由度下的核子转移，在DNS模型中缺失了动力学因素对熔合反应的影响。因此，文献[27]在模型中引入了方向效应和动力学形变，并计算了熔合反应合成^{293,295,296}Og的产生截面在0.1~0.2 pb之间。

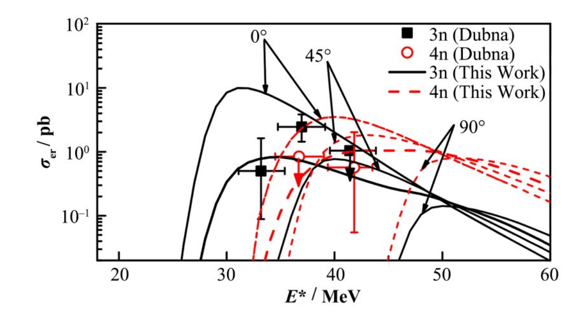


图3 DNS模型对^{48}Ca+^{238}U反应生成Cn同位素的理论产生截面与实验值的比较[26]

Fig.3 Comparison of calculated DNS model results with experimental data in the production cross sections of Cn isotopes in the ^{48}Ca+^{238}U reaction[26]

多核子转移反应的俘获过程计算与熔合反应相同[24]，其初始碎片产生截面计算如下：

$$\sigma_{\rm pr}\left(Z_1,N_1,E_{\rm c.m.}\right)=\frac{\pi\hbar^2}{2\mu E_{\rm c.m.}}\sum_J(2J+1)T\left(E_{\rm c.m.},J\right)P\left(Z_1,N_1,t=\tau_{\rm int}\right) \quad (2)$$

式中：$P(Z_1, N_1, t=\tau_{\text{int}})$为通过势能面得出的碎片分布几率[24]。初始碎片通常处于激发态，需要通过蒸发粒子或裂变进行退激发产生次级碎片，该过程通常采用统计模型GEMINI或GEMINI++进行计算。在文献[28]中验证了DNS模型在多核子转移反应的可靠性，并在此基础上预言了通过^{238}U+^{252}Cf反应产生4个新的Rf核素的产生截面。文献[29]发现GRAZING模型与DNS模型框架下的多核子转移反应机理有着互补性，将两种模型相结合可以显著改善理论对多核子转移反应产生截面实验结果的描述，文献[30]由此进一步计算了通过^{132}Sn+^{249}Cf生成$Z=99\sim102$的丰中子核素的产生截面。文献[31]引入了形变自由度和蒙特卡罗（Monte Carlo）退激发方法，发展出了改进的DNS-sysu模型，并基于该改进模型探讨了多核子转移反应中弹核的影响，发现^{238}U束流在产生丰中子重核上更有优势。此外DNS模型也可应用于多核子转移反应中的前平衡结团发射研究[32]，但在核子转移过程中，DNS模型只考虑了单核子的级联转移，缺失了极端丰中子或丰质子核中可能存在的集团转移，同时唯象输运模型中有限的集体坐标无法给出核反应中间过程中的动力学信息，因此也需要发展微观输运模型来追踪核反应的整个过程。

2 QMD类型模型框架下的超重核合成研究

QMD模型是一种基于分子动力学思想的微观动力学模型，能够更加全面地描述核反应的整个过程，给出全过程的各种中间信息。在QMD模型框架下，每个核子的单粒子波函数通过相干态的高斯波包来描述如下[33–34]：

$$\phi_i(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{(2\pi\sigma_r^2)^{\frac{3}{4}}}\exp\left[-\frac{(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_i)^2}{4\sigma_r^2} + \frac{i}{\hbar}\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{p}_i\right] \quad (3)$$

在该框架下首先需要利用Monte Carlo方法抽样在相空间初始化弹靶，利用输入的原子核的基态性质对抽样的原子核进行筛选，合格的初始核将在平均场中遵循正则运动方程进行动力学演化，由此最后得到每个核子的坐标和动量分布。QMD模型在模拟核反应过程中是逐个事件模拟，能够考虑多体关联和涨落，但除了以高斯波包处理核子外，QMD模型的物理思想和经典的分子动力学相同，导致其无法应用到低能重离子的反应当中。为了更加准确地描述重离子碰撞，在此框架下发展出了多种经过检验的改进模型，如考虑同位旋的IQMD模型[35–36]，加入唯象泡利势的EQMD模型[37]以及ImQMD模型[38–39]，其中ImQMD模型引入了相空间约束、表面项和对称能项等改进项，能够很好地再现较低能区的重离子碰撞实验数据。

在ImQMD模型中，如果两个独立的核能够克服库仑位垒，并且复合核在旋转或震荡过程中单体密度保持稳定，则认为发生了熔合反应。由此通过大量的模拟事件可以统计得出给定入射能量的熔合截面。文献[39]将ImQMD模型对^{48}Ca+^{208}Pb反应生成No同位素产生截面的计算结果与DNS模型的计算结果和实验值进行了对比，验证了ImQMD模型在熔合反应的可靠性。由此，基于ImQMD模型给出了$^{243-248}$No同位素的最佳弹靶组合。

对于库仑因子$Z_pZ_t \geqslant 1\,600$的重体系，其强烈的库仑排斥抑制了复合核的形成，导致弹靶会通过形成颈部进行核子交换到弹靶分离为止[56]，形成的激发态类弹类靶碎片在退激发后得到最终的产生碎片。文献[40]将DNS模型和ImQMD模型计算的^{136}Xe+^{208}Pb反应的初始碎片分布与实验值（图4）进行了比较，发现由于考虑了动力学涨落效应，ImQMD模型在转移较多核子的情况能更好地复现实验值。同样，基于ImQMD模型，文献[41]研究了反应^{238}U+^{238}U生成超铀核素的产生截面，发现由于裂变位垒的同位旋依赖性，丰中子核素$^{254-256}$Cf的产生截面比^{249}Cf小近三个量级。由于需要逐个事件模拟，QMD类型模型计算重离子碰撞需要大量的模拟事件。为了节约计算时间，在计算体系的N体波函数时采用了单个核子波函数的直积，没有考虑反对称性，同时QMD类型模型也缺失了自旋-轨道相互作用，导致其不能合理地处理壳效应，因此也需要发展自动包括交换反对称性等量子效应的微观输运模型。

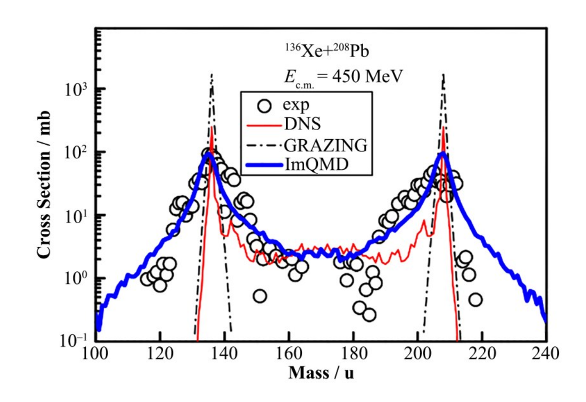


图4 DNS模型和ImQMD模型对^{136}Xe+^{208}Pb反应的初始碎片质量分布计算与实验值的比较[40]

Fig.4 Comparison of the mass distributions calculated by DNS and ImQMD models with the experimental data of reaction ^{136}Xe+^{208}Pb[40]

3　TDHF类型模型框架下的超重核合成研究

在基于平均场近似的TDHF模型中，多体波函数 $\Psi(r,t)$ 可通过单粒子态 $\phi_\lambda(r,t)$ 的Slater行列式表达为 $\Psi(r,t)=\frac{1}{\sqrt{N!}}\det\{\phi_\lambda(r,t)\}$。通过对作用量 S 求变分 $\frac{\delta S}{\delta\Psi^*}=0$ 求出TDHF方程[42]：

$$i\hbar\partial_t\phi_\lambda=h\phi_\lambda \tag{4}$$

其核子间复杂的相互作用通过Skyrme相互作用来描述。TDHF模型的理论框架包含了交换反对称性和泡利不相容原理等量子属性，同时其计算不依赖反应体系，没有可调的参数，增加了预测的可信度。在核子转移过程中，首先，由Hartree-Fock方程求解出基态波函数；之后，根据初始的相对距离和碰撞参数，对波函数进行平移，代入TDHF方程中求解出每一时刻的波函数，由此得到物理量每一时刻的期望值，能够自洽地描述原子核反应的动力学过程。

通过对TDHF的动力学演化得到的密度分布做约束，可得到密度约束的TDHF(DC-TDHF)模型，可用来提取重离子反应中微观原子核-原子核相互作用势，并利用入射波边界条件(Incoming Wave Boundary Condition，IWBC)方法求解熔合几率。文献[43]在DC-TDHF模型框架下探讨了Skyrme相互作用中的张量力对熔合反应的影响，发现添加的张量力项抑制了垒下区域的熔合截面。文献[44]进一步通过DC-TDHF模型研究了确认了通过 ^{50}Ti+^{249}Bk生成 Z=119的复合核的可行性，如图5所示。同时TDHF模型也能与宏观模型结合，给出更加精确的预测。文献[45]通过在耦合道模型和核扩散模型中引入TDHF模型的约束，成功复现了冷熔合反应生成复合核 Z 为102、104和106的俘获和熔合截面。

在多核子转移反应中，TDHF模型通过引入粒子数投影方法得到产物的产生几率，并在近年来逐步应用到超重区核素的产生截面计算。文献[46]在TDHF框架下发现 ^{238}U+^{124}Sn反应中，由于逆向准裂变过程，^{124}Sn能够向 ^{238}U转移大量核子从而形成新的超重核素。文献[47]将考虑涨落效应的随机平均场(Stochastic Mean-field，SMF)模型引入到TDHF模型中计算了 ^{238}U+^{238}U的产物质量分布，并将进一步引入GEMINI++模型得到最终退激发的类弹类靶产物。由于TDHF模型没有考虑隧穿效应，不能够描述垒下熔合过程，同时平均场近似对所有反应道进行了平均处理，导致模型无法给出单个反应道的信息，也容易缺失集团效应。未来在进一步考虑涨落效应和对关联后，该模型将能够更恰当地描述重离子反应的动力学过程。

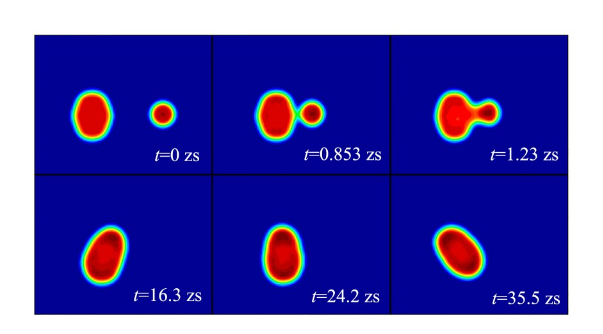


图5　TDHF模型计算熔合反应 ^{50}Ti+^{249}Bk的质量密度随时间演化图像[44]

Fig.5　Time evolution of the mass density of fusion reaction ^{50}Ti+^{249}Bk within the framework of TDHF model[44]

4　Boltzmann类型模型框架下的新核素合成研究

TDHF方程的半经典近似是Vlasov方程。在Boltzmann方程的基础上，Uehling和Uhlenbeck引入了泡利不相容的碰撞项，结合Vlasov方程的漂移项可以得到Boltzmann-Uehling-Uhlenbeck(BUU)方程[48]。在此基础上，Boltzmann类型模型通过非线性的相对论平均场理论或Skyrme-Hartree-Fock方法得到核子的初始分布，并通过试验粒子法和网格法进行数值求解[49]。在添加了不同的物理量和细节处理后，该模型衍生出了各种改进版本，如添加了同位旋效应的IBUU模型[50]、SMF模型[51]和Boltzmann-Langevin-Equation(BLE)模型[52]等，各种改进的Boltzmann类型模型在文献[57]进行了总结和比较。碎裂反应能够合成轻区滴线附近核素，对研究原子核状态方程有着重要意义[58–59]。尽管Boltzmann类型模型能够准确描述如集体流和粒子出射等单粒子观测量，但在试验粒子法的系综平均中失去了多体关联，导致其无法描述例如多重碎裂的质量分布等多体关联可观测量。因此BLE模型在碰撞项中引入了涨落项 δK，得到了如下的Boltzmann-Langevin方程：

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\boldsymbol{p}}{m}\cdot\nabla_r-\nabla_r U\left(\hat{f}\right)\cdot\nabla_p\right)\hat{f}\left(\boldsymbol{r},\boldsymbol{p},t\right)= K\left(\hat{f}\right)+\delta K\left(\boldsymbol{r},\boldsymbol{p},t\right) \tag{5}$$

并进一步考虑了泡利阻塞效应的同位旋相关性后演化出了IBLE模型[53–54]，该模型在中高能的碎裂反应产生轻区核素上能够很好地复现实验值。文献[54]基于IBLE模型给出了丰质子 Z=20~25新核素的产生截面，并考虑将模型发展到库仑位垒附近的

低能区来开展超重核合成的理论预言工作。尽管原则上Boltzmann类型模型能够从核核相互作用出发推导出平均场和两体碰撞，然而过于庞大的计算量导致在实际计算中，Boltzmann类型模型通常使用参数化的平均场和两体碰撞，这种不自洽的处理引入了许多可调参数，限制了Boltzmann类型模型的预测能力，因此，Boltzmann类型模型也需要将平均场与两体碰撞统一在相同的核核相互作用中以实现自洽求解。

5 结语

超重核新核素的合成对于研究超重核素性质，检验原子核壳模型理论，探索天体物理核合成的r-过程等一系列物理问题都具有重要意义。随着近几十年新的反应机制的提出以及加速器和探测技术的进步，人工合成的新超重核素数量在不断增长，但目前已有的实验设备的束流强度和分离探测手段仍然难以将核素版图拓展到"超重稳定岛"，因此需要新一代的大科学装置来提高束流强度和探测技术，同时也需要探索新的反应机制。

本文介绍了重离子碰撞输运理论发展现状和进展，以及介绍了实验上合成超重核素的产生机制和最新研究进展；重点介绍了唯象的输运模型DNS模型、QMD类型模型、TDHF类型模型和Boltzmann类型模型的物理思想和基本理论，并介绍了基于以上模型合成新的丰中子超重核素的理论进展，重点讨论了重离子熔合反应和多核子转移反应。以DNS模型为例的唯象输运模型近年来广泛应用于超重核合成反应，然而，有限的集体自由度限制了模型对反应过程的微观描述能力。近年来，包括动力学形变和激发能对壳效应的影响被引入DNS模型，进一步完善了理论框架。半经典的QMD类型和Boltzmann类型模型也在重离子碰撞中取得了一定的成功，其中ImQMD模型也能成功应用于低能重离子核反应，但两种模型都亟须得到对核核相互作用的统一描述来实现自洽求解。TDHF类型模型近年来结合密度约束和平均场理论，能够自洽地描述超重核反应的动力学过程，但平均场近似导致其无法给出单一反应道的信息。未来加入对关联和涨落效应后，TDHF类型模型在超重核合成中的应用可以得到进一步拓展，也能够对其他宏观模型加以补充，完善理论预测。

2022年，美国的稀有同位素束流装置FRIB（The Facility for Rare Isotope Beams）已成功出束，并测量了中子数N=28附近靠近中子滴线的新核素的半衰期[60]，该装置能够加速包括^{238}U在内的重离子束流能量达到200 MeV·u^{-1}，预期合成1 000种丰中子新核素[61]。中国惠州的强流重离子加速器HIAF（High Intensity heavy-ion Accelerator Facility）也预计在2025年投入运行，该装置能够提供最强的低能重离子束流来合成新的超重元素[62]，并独创了应用在多核子转移反应的丰中子重核分离器。日本RIKEN的SRILAC（the Superconducting RIKEN Linear Accelerator）在2019年初步完工，将加速的束流能量从5.5 MeV·u^{-1}提高到6.5 MeV·u^{-1}，产生的高强度^{51}V束流预期能够加快119号元素的合成进程[8,63]。德国GSI实验室的FAIR和法国的GANIL-SPIRAL2在建成后也能够分别提供1~2 GeV·u^{-1}和14.5 MeV·u^{-1}的重离子束流，俄罗斯Dubna/FLNR实验室于2018年建成的DC-280回旋加速器束流强度可高达20 μA，能够将超重核的产生率提高约两个数量级，其下一个研究目标就是合成新的超重区核素[15]。随着新一代大科学装置投入使用，核物理学家有望在未知的超重核素性质和合成机制上取得新的突破，也能够进一步检验和完善现有的输运模型。

作者贡献声明 张明昊负责论文起草，修改的主要工作；张钰海负责搜集参考文献，以及修改论文的部分内容；李静静负责修改论文的模型内容；唐娜负责修改论文的部分内容；孙帅负责对平均场部分提出参考意见；张丰收负责指导论文编写，审核、把关论文的科学性、严谨性。

参考文献

1 Myers W D, Swiatecki W J. Nuclear masses and deformations[J]. Nuclear Physics, 1966, **81**(1): 1 - 60. DOI: 10.1016/0029-5582(66)90639-0.

2 Rutz K, Bender M, Bürvenich T, *et al*. Superheavy nuclei in self-consistent nuclear calculations[J]. Physical Review C, 1997, **56**(1): 238 - 243. DOI: 10.1103/physrevc.56.238.

3 Goriely S, Chamel N, Pearson J M. Hartree-Fock-Bogoliubov nuclear mass model with 0.50 MeV accuracy based on standard forms of Skyrme and pairing functionals[J]. Physical Review C, 2013, **88**(6): 061302. DOI: 10.1103/physrevc.88.061302.

4 张钰海, 张根, 李静静, 等. 基于大科学装置的放射性新核素产生进展[J]. 同位素, 2022, **35**(2): 104 - 113. DOI: 10.7538/tws.2022.35.02.0104.

ZHANG Yuhai, ZHANG Gen, LI Jingjing, *et al*. Progress in the production of new radioactive nuclides based on large-scale scientific facilities[J]. Journal of Isotopes, 2022, **35**(2): 104 - 113. DOI: 10.7538/tws. 2022.35.02. 0104.

5 Hofmann S, Münzenberg G. The discovery of the heaviest elements[J]. Reviews of Modern Physics, 2000, **72**(3): 733–767. DOI: 10.1103/revmodphys.72.733.

6 Morita K, Morimoto K, Kaji D Y, *et al*. Observation of second decay chain from ^{278}113[J]. Journal of the Physical Society of Japan, 2007, **76**(4): 045001. DOI: 10.1143/jpsj.76.045001.

7 Roberto J B, Alexander C W, Boll R A, *et al*. Actinide targets for the synthesis of super-heavy elements[J]. Nuclear Physics A, 2015, **944**: 99–116. DOI: 10.1016/j.nuclphysa.2015.06.009.

8 Tanaka M, Brionnet P, Du M T, *et al*. Probing optimal reaction energy for synthesis of element 119 from ^{51}V+^{248}Cm reaction with quasielastic barrier distribution measurement[J]. Journal of the Physical Society of Japan, 2022, **91**(8): 084201. DOI: 10.7566/jpsj.91.084201.

9 Oganessian Y T, Utyonkov V K, Kovrizhnykh N D, *et al*. New isotope ^{286}Mc produced in the ^{243}Am+^{48}Ca reaction [J]. Physical Review C, 2022, **106**(6): 064306. DOI: 10.1103/physrevc.106.064306.

10 Oganessian Y T, Utyonkov V K, Kovrizhnykh N D, *et al*. First experiment at the super heavy element factory: high cross section of ^{288}Mc in the ^{243}Am+^{48}Ca reaction and identification of the new isotope ^{264}Lr[J]. Physical Review C, 2022, **106**(3): L031301. DOI: 10.1103/physrevc. 106.l031301.

11 Huang M H, Gan Z G, Zhang Z Y, *et al*. α decay of the new isotope ^{204}Ac[J]. Physics Letters B, 2022, **834**: 137484. DOI: 10.1016/j.physletb.2022.137484.

12 Yang H B, Gan Z G, Zhang Z Y, *et al*. New isotope ^{207}Th and odd-even staggering in α-decay energies for nuclei with Z>82 and N<126[J]. Physical Review C, 2022, **105**(5): L051302. DOI: 10.1103/physrevc.105.l051302.

13 Huang T, Seweryniak D, Back B B, *et al*. Discovery of the new isotope ^{251}Lr: impact of the hexacontetrapole deformation on single-proton orbital energies near the Z=100 deformed shell gap[J]. Physical Review C, 2022, **106**(6): L061301. DOI: 10.1103/physrevc.106.l061301.

14 Thoennessen M. Discovery of nuclides projcet[EB/OL]. (2022.12.21) [2023.02.01]. https://people. nscl. msu. edu/~thoennes/isotopes/index.html.

15 张丰收, 张钰海, 张明昊, 等. 超重新核素合成研究进展[J]. 北京师范大学学报(自然科学版), 2022, **58**(3): 392–399. DOI: 10.12202/j.0476-0301.2022082.
ZHANG Fengshou, ZHANG Yuhai, ZHANG Minghao, *et al*. Synthesis of new superheavy nuclei[J]. Journal of Beijing Normal University (Natural Science), 2022, **58**(3): 392–399. DOI: 10.12202/j.0476-0301.2022082.

16 马余刚. 原子核物理新进展[M]. 上海: 上海交通大学出版社, 2020: 211–242.
MA Yugang. Recent progress in nuclear physics[M]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University Press, 2020: 211–242.

17 Wuenschel S, Hagel K, Barbui M, *et al*. Experimental survey of the production of α-decaying heavy elements in ^{238}U+^{232}Th reactions at 7.5~6.1 MeV/nucleon[J]. Physical Review C, 2018, **97**(6): 064602. DOI: 10.1103/physrevc.97.064602.

18 Loveland W D. The synthesis of new neutron-rich heavy nuclei[J]. Frontiers in Physics, 2019, **7**: 23. DOI: 10.3389/fphy.2019.00023.

19 Cap T, Siwek-Wilczyńska K, Wilczyński J. No chance for synthesis of super-heavy nuclei in fusion of symmetric systems[J]. Physics Letters B, 2014, **736**: 478–481. DOI: 10.1016/j.physletb.2014.07.062.

20 Liu L, Shen C W, Li Q F, *et al*. Residue cross sections of ^{50}Ti-induced fusion reactions based on the two-step model [J]. The European Physical Journal A, 2016, **52**(2): 35. DOI: 10.1140/epja/i2016-16035-0.

21 Zagrebaev V I. Synthesis of superheavy nuclei: nucleon collectivization as a mechanism for compound nucleus formation[J]. Physical Review C, 2001, **64**(3): 034606. DOI: 10.1103/physrevc.64.034606.

22 Yanez R, Loveland W. Predicting the production of neutron-rich heavy nuclei in multinucleon transfer reactions using a semi-classical model including evaporation and fission competition, GRAZING-F[J]. Physical Review C, 2015, **91**(4): 044608. DOI: 10.1103/physrevc.91.044608.

23 Adamian G G, Antonenko N V, Scheid W, *et al*. Fusion cross sections for superheavy nuclei in the dinuclear system concept[J]. Nuclear Physics A, 1998, **633**(3): 409–420. DOI: 10.1016/S0375-9474(98)00124-9.

24 Zhu L, Su J, Li C, *et al*. How to approach the island of stability: reactions using multinucleon transfer or radioactive neutron-rich beams? [J]. Physics Letters B, 2022, **829**: 137113. DOI: 10.1016/j.physletb.2022.137113.

25 Li J J, Li C, Zhang G, *et al*. Theoretical study on production of unknown neutron-deficient $^{280-283}$Fl and neutron-rich $^{290-292}$Fl isotopes by fusion reactions[J]. Physical Review C, 2018, **98**(1): 014626. DOI: 10.1103/physrevc.98.014626.

26 Zhu L, Feng Z Q, Li C, *et al*. Orientation effects on evaporation residue cross sections in ^{48}Ca-induced hot fusion reactions[J]. Physical Review C, 2014, **90**(1): 014612. DOI: 10.1103/physrevc.90.014612.

27 Bao X J. Possibility to produce ^{293,295,296}Og in the reactions ^{48}Ca+^{249,250,251}Cf[J]. Physical Review C, 2019, **100**(1): 011601. DOI: 10.1103/physrevc.100.011601.

28 Zhang G, Sokhna C A T, Liu Z, *et al*. Production of neutron-rich isotopes ^{264,266,268,269}Rf by multinucleon transfer reactions based on ^{238}U beam[J]. Physical Review C, 2019, **100**(2): 024613. DOI: 10.1103/physrevc. 100. 024613.

29 Wen P W, Li C, Zhu L, *et al*. Mechanism of multinucleon transfer reaction based on the GRAZING model and DNS model[J]. Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics, 2017, **44**(11): 115101. DOI: 10.1088/1361-6471/aa8b07.

30 Tang N, Zhang X R, Li J J, *et al*. Production of unknown neutron-rich isotopes with Z=99 – 102 in multinucleon transfer reactions near the Coulomb barrier[J]. Physical Review C, 2022, **106**(3): 034601. DOI: 10.1103/physrevc. 106.034601.

31 Zhu L. Selection of projectiles for producing trans-uranium nuclei in transfer reactions within the improved dinuclear system model[J]. Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics, 2020, **47**(6): 065107. DOI: 10.1088/1361-6471/ab871f.

32 徐思宇, 冯兆庆. 基于双核模型研究大质量转移反应中结团发射机制[J]. 核技术, 2023, **46**(3): 030501. DOI: 10. 11889/j.0253-3219.2023.hjs.46.030501.
XU Siyu, FENG Zhaoqing. Cluster emission in massive transfer reactions based on dinuclear system model[J]. Nuclear Techniques, 2023, **46**(3): 030501. DOI: 10.11889/j.0253-3219.2023.hjs.46.030501.

33 张丰收, 马春旺. 重离子碰撞输运理论研究进展以及在超重核合成中的应用[EB/OL]. (2022-07-15). https://www. koushare. com/video/videodetail/30562. DOI: 10.12351/ks.2207.1198.
ZHANG Fengshou, MA Chunwang. Research progress in heavy ion collision transport theory and its application in superheavy nuclei synthesis[EB/OL]. (2022-07-15). https://www. koushare. com/video/videodetail/30562. DOI: 10.12351/ks.2207.1198.

34 Aichelin J. "Quantum" molecular dynamics—a dynamical microscopic n-body approach to investigate fragment formation and the nuclear equation of state in heavy ion collisions[J]. Physics Reports, 1991, **202**(5 – 6): 233 – 360. DOI: 10.1016/0370-1573(91)90094-3.

35 Chen L W, Zhang F S, Jin G M. Analysis of isospin dependence of nuclear collective flow in an isospin-dependent quantum molecular dynamics model[J]. Physical Review C, 1998, **58**(4): 2283 – 2291. DOI: 10. 1103/physrevc.58.2283.

36 Shi C Z, Ma Y G. α-clustering effect on flows of direct photons in heavy-ion collisions[J]. Nuclear Science and Techniques, 2021, **32**(6): 66. DOI: 10.1007/s41365-021-00897-9.

37 Yu H, Fang D Q, Ma Y G. Investigation of the symmetry energy of nuclear matter using isospin-dependent quantum molecular dynamics[J]. Nuclear Science and Techniques, 2020, **31**(6): 61. DOI: 10.1007/s41365-020-00766-x.

38 Wang N, Ou L, Zhang Y X, *et al*. Microscopic dynamics simulations of heavy-ion fusion reactions induced by neutron-rich nuclei[J]. Physical Review C, 2014, **89**(6): 064601. DOI: 10.1103/physrevc.89.064601.

39 Zhang Y H, Zhang G, Li J J, *et al*. Production cross sections of $^{243-248}$No isotopes in fusion reactions[J]. Physical Review C, 2022, **106**(1): 014625. DOI: 10.1103/physrevc.106.014625.

40 Li C, Zhang F, Li J J, *et al*. Multinucleon transfer in the ^{136}Xe+^{208}Pb reaction[J]. Physical Review C, 2016, **93**(1): 014618. DOI: 10.1103/physrevc.93.014618.

41 Zhao K, Li Z X, Wang N, *et al*. Production mechanism of neutron-rich transuranium nuclei in ^{238}U+^{238}U collisions at near-barrier energies[J]. Physical Review C, 2015, **92**(2): 024613. DOI: 10.1103/physrevc.92.024613.

42 Wu Z J, Guo L, Liu Z, *et al*. Production of proton-rich nuclei in the vicinity of ^{100}Sn via multinucleon transfer reactions[J]. Physics Letters B, 2022, **825**: 136886. DOI: 10.1016/j.physletb.2022.136886.

43 Sun X X, Guo L, Umar A S. Microscopic study of the fusion reactions ^{40,48}Ca+^{78}Ni and the effect of the tensor force[J]. Physical Review C, 2022, **105**(3): 034601. DOI: 10.1103/physrevc.105.034601.

44 Umar A S, Oberacker V E, Simenel C. Fusion and quasifission dynamics in the reactions ^{48}Ca+^{249}Bk and ^{50}Ti+^{249}Bk using a time-dependent Hartree-Fock approach [J]. Physical Review C, 2016, **94**(2): 024605. DOI: 10. 1103/PhysRevC.94.024605.

45 Sun X X, Guo L. Microscopic study of compound-nucleus formation in cold-fusion reactions[J]. Physical

Review C, 2022, **105**(5): 054610. DOI: 10.1103/physrevc.105.054610.

46 Sekizawa K. Enhanced nucleon transfer in tip collisions of $^{238}U+^{124}Sn$[J]. Physical Review C, 2017, **96**(4): 041601. DOI: 10.1103/physrevc.96.041601.

47 Ayik S, Yilmaz B, Yilmaz O, *et al*. Merging of transport theory with the time-dependent Hartree-Fock approach: multinucleon transfer in U+U collisions[J]. Physical Review C, 2020, **102**(2): 024619. DOI: 10.1103/physrevc.102.024619.

48 Bertsch G F, Kruse H, Gupta S D. Erratum: Boltzmann equation for heavy ion collisions[J]. Physical Review C, Nuclear Physics, 1986, **33**(3): 1107. DOI: 10.1103/physrevc.33.1107.

49 张丰收, 葛凌霄. 原子核多重碎裂[M]. 北京: 科学出版社, 1998: 129－172.
ZHANG Fengshou, GE Lingxiao. Multiple fragmentation of nucleus[M]. Beijing: Science Press, 1998: 129－172.

50 Chen L W, Ko C M, Li B A. Determination of the stiffness of the nuclear symmetry energy from isospin diffusion[J]. Physical Review Letters, 2005, **94**(3): 032701. DOI: 10.1103/PhysRevLett.94.032701.

51 Colonna M, Di Toro M, Guarnera A, *et al*. Fluctuations and dynamical instabilities in heavy-ion reactions[J]. Nuclear Physics A, 1998, **642**(3－4): 449－460. DOI: 10.1016/s0375-9474(98)00542-9.

52 Zhang F S, Suraud E. Analysis of multifragmentation in a Boltzmann-Langevin approach[J]. Physical Review C, Nuclear Physics, 1995, **51**(6): 3201－3210. DOI: 10.1103/physrevc.51.3201.

53 Xie W J, Su J, Zhu L, *et al*. Symmetry energy and pion production in the Boltzmann-Langevin approach[J]. Physics Letters B, 2013, **718**(4－5): 1510－1514. DOI: 10.1016/j.physletb.2012.12.021.

54 Li B, Tang N, Zhang Y H, *et al*. Production of p-rich nuclei with Z=20−25 based on radioactive ion beams[J]. Nuclear Science and Techniques, 2022, **33**(5): 55. DOI: 10.1007/s41365-022-01048-4.

55 杨秀秀, 张根, 李静静, 等. 不同理论模型预言合成超重核 Z=119−122 研究进展[J]. 原子核物理评论, 2020, **37**(2): 151－159.
YANG Xiuxiu, ZHANG Gen, LI Jingjing, *et al*. Progess on synthesis of superheavy nuclei Z=119－122 with predictions from different theoretical models[J]. Nuclear Physics Review, 2020, **37**(2): 151－159.

56 Novikov K V, Kozulin E M, Knyazheva G N, *et al*. Investigation of fusion probabilities in the reactions with $^{52,54}Cr$, ^{64}Ni, and ^{68}Zn ions leading to the formation of Z=120 superheavy composite systems[J]. Physical Review C, 2020, **102**(4): 044605. DOI: 10.1103/PhysRevC.102.044605.

57 Wolter H, Colonna M, Cozma D, *et al*. Transport model comparison studies of intermediate-energy heavy-ion collisions[J]. Progress in Particle and Nuclear Physics, 2022, **125**: 103962. DOI: 10.1016/j.ppnp.2022.103962.

58 Song Y D, Wei H L, Ma C W, *et al*. Improved FRACS parameterizations for cross sections of isotopes near the proton drip line in projectile fragmentation reactions[J]. Nuclear Science and Techniques, 2018, **29**(7): 96. DOI: 10.1007/s41365-018-0439-4.

59 Ma C W, Wei H L, Liu X Q, *et al*. Nuclear fragments in projectile fragmentation reactions[J]. Progress in Particle and Nuclear Physics, 2021, **121**: 103911. DOI: 10.1016/j.ppnp.2021.103911.

60 Crawford H L, Tripathi V, Allmond J M, *et al*. Crossing N=28 toward the neutron drip line: first measurement of half-lives at FRIB[J]. Physical Review Letters, 2022, **129**(21): 212501. DOI: 10.1103/PhysRevLett.129.212501.

61 Thoennessen M. Exploring new neutron-rich nuclei with the facility for rare isotope beams[J]. Nuclear Data Sheets, 2014, **118**: 85－90. DOI: 10.1016/j.nds.2014.04.008.

62 肖国青, 徐瑚珊, 王思成. HIAF及CiADS项目进展与展望[J]. 原子核物理评论, 2017, **34**(3): 275－283. DOI: 10.11804/NuclPhysRev.34.03.275.
XIAO Guoqing, XU Hushan, WANG Sicheng. HIAF and CiADS national research facilities: progress and prospect [J]. Nuclear Physics Review, 2017, **34**(3): 275－283. DOI: 10.11804/NuclPhysRev.34.03.275.

63 Sakai H, Haba H, Morimoto K, *et al*. Facility upgrade for superheavy-element research at RIKEN[J]. The European Physical Journal A, 2022, **58**(12): 238. DOI: 10.1140/epja/s10050-022-00888-3.